

Schulinternes Curriculum Mathematik Einführungsphase

Thema 1: Eigenschaften von Funktionen	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (quadratische Funktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und untersuchen sie auf Symmetrie und das Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ und $x \rightarrow 0$ • bestimmen Nullstellen durch einfaches Ausklammern und Substitution • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Potenzfunktionen, Ganzrationale Funktionen, Sinusfunktion) an und deuten die zugehörigen Parameter <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Kommunizieren</p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>) • erläutern mathematische Fachbegriffe in theoretischen Zusammenhängen (<i>Rezipieren</i>) • greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter (<i>Diskutieren</i>) 	<p>Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt. Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen.</p> <p>Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler (z. B. durch Kurzvorträge) zu nutzen.</p> <p>Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet.</p> <p>Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.</p> <p>Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen des GTR gerichtet werden.</p>

Werkzeuge nutzen*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen grafikfähige Taschenrechner zum grafischen Darstellen von Funktionen und Wertetabellen
- nutzen den grafikfähigen Taschenrechner zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen

Thema 2: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext
- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten
- deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung
- leiten Funktionen grafisch ab
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)
- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an
- stellen Tangentengleichungen auf
- nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Argumentieren (Vermuten)

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zum Einstieg werden durchschnittliche Änderungsraten in unterschiedlichen Sachzusammenhängen behandelt, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Sonntagsfrage, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung).

Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiralförmigen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet.

Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate kann zum Beispiel die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt werden. Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden.

Tabellenkalkulation und Dynamische-Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt.

Im Zusammenhang mit dem grafischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen werden die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten.

Aus dem Entdecken von Regelmäßigkeiten bei der Ableitung verschiedener Potenzfunktionen werden die Ableitungsregeln formuliert.

Die Anwendung des grafischen Ableitens auf die Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle
 - ... grafischen Messen von Steigungen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Thema 3: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften eines Funktionsgraphen
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mithilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen
- verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten
- unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich
- verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Werkzeuge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zu Beginn der Unterrichtseinheit wird der Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) präzisiert und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, betrachtet, während eine Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.

Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.

Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.

Zur Festigung und Anwendung der erlangten Kompetenzen werden diese auf unterschiedliche Sachzusammenhänge (vgl. Thema 2) angewendet.

Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangentengleichungen bestimmt werden.

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) (*Begründen*)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (*Beurteilen*)

Thema 4: Analytische Geometrie und Lineare Algebra – Koordinatisierungen des Raumes/Vektoren und Vektoroperationen

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum
- stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar
- deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren
- addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
- stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar
- weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- übersetzen Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Aufbauend auf den Kenntnissen eines zweidimensionalen Koordinatensystems, entwickeln die Schülerinnen und Schüler auf verschiedene Arten und Weisen eine Vorstellung der Koordinatisierung des Raums.

Zum Beispiel kann der Klassenraum als ein Teil des Koordinatensystems im Raum aufgefasst werden. In diesem können die Positionen verschiedener Gegenstände mithilfe von Koordinaten beschrieben werden.

Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität, Abstand zweier Punkte.

In diesem Zusammenhang werden die Rechenoperationen mit Vektoren, sowie der Betrag eines Vektors, definiert und geometrisch gedeutet.

Als Anwendungskontext sollten zum Beispiel Bewegungsaufgaben betrachtet werden.

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Thema 5: Wahrscheinlichkeit - ein Schlüsselkonzept

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente
- simulieren Zufallsexperimente
- verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen
- stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch
- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe Baumdiagrammen und Pfadregeln
- modellieren Sachverhalte mithilfe von Vier- und Mehrfeldertafeln
- bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten
- prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit
- bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Beim Einstieg ist eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden.

Zur Modellierung von Wirklichkeit können Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator) werden .

Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren.

Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert können im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden. Digitale Werkzeuge können zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet werden.

Der Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit kann anhand von konkreten Beispielen (HIV-Testverfahren) eingeführt werden. Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen möglichst mehrere Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden.

Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können.

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Generieren von Zufallszahlen
 - ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
 - ... Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
 - ... Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Mittelwert, Erwartungswert)

Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.

Thema 6 : Potenzen in Termen und Funktionen (rationale Exponenten, Exponentialfunktionen, Wachstumsmodelle)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Exponentialfunktionen an und deuten die zugehörigen Parameter
- beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen
- lesen am Graphen oder Term einer Funktionen Eigenschaften ab und verwenden diese als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellungen (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und begründete Vereinfachungen von realen Situationen (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- ordnen mathematischen Modellen verschiedene passende Sachsituationen zu (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Potenzen mit rationalen Exponenten und die Potenzgesetze sowie das Lösen von Potenzgleichungen werden wiederholt.

Die Eigenschaften der allgemeinen Exponentialfunktion werden zusammengestellt. Die Bedeutung der verschiedenen Parameter und deren Auswirkung auf Transformationen wird mit Hilfe des GTR geklärt.

Exponentielle Wachstums- und Zerfallsfunktionen werden anhand von Anwendungsmodellen besprochen und mit linearen Wachstumsmodellen verglichen. Hierzu werden die Wachstumsrate und der Wachstumsfaktor eingeführt.

Der Logarithmus wird zur Lösung von Exponentialgleichungen eingeführt und die grundlegenden Rechengesetze für Logarithmen erarbeitet.

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*)
- überprüfen Ergebnisse auf Plausibilität und vergleichen verschiedene Lösungswege (*Reflektieren*)